

Elektrotechnik – 4. Magnetismus I

Luft- und Raumfahrttechnik Bachelor, 1. Semester

David Straub

4. Magnetismus

1. Magnetisches Feld
2. Kräfte im magnetischen Feld
3. Magnetische Feldgrößen und Durchflutungsgesetz
4. Materie im Magnetfeld
5. Der magnetische Kreis
6. Kraft am Luftspalt

Elektrizität & Magnetismus

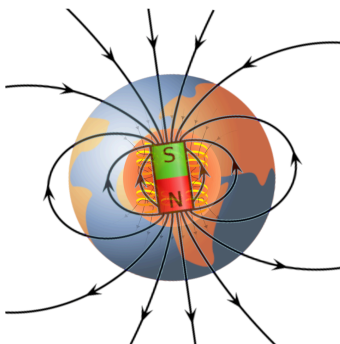
... sind untrennbar verbunden. Eine konsistente Naturbeschreibung erfordert beide.

Grenzfälle:

- Ruhende Ladungen → **Elektrostatik**
- Konstante Stromverteilungen → **Magnetostatik**
- Langsam bewegte Ladungen & langsam veränderliche Ströme → **Quasistatik**
- Allgemeiner Fall → **Elektrodynamik**

Magnetpole

- Magnete besitzen immer zwei Pole: Nordpol (N) und Südpol (S)
 - Nordpol = Pol, der auf der Erde nach Norden zeigt
- Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige Pole ziehen sich an



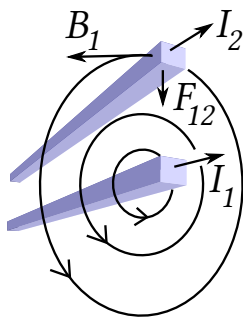
Kräfte zwischen elektrischen Leitern

Zwei parallele, stromdurchflossene Leiter üben eine Kraft aufeinander aus:

$$\frac{|\vec{F}_{12}|}{l} = 2k_A \cdot \frac{I_1 I_2}{d}$$

Magnetfelder entstehen durch bewegte elektrische Ladungen (Ströme).

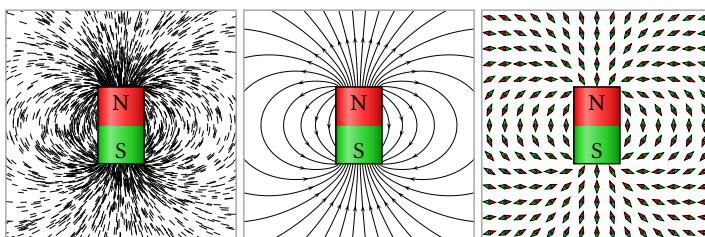
Im SI-System gilt $k_A = \frac{\mu_0}{4\pi}$ mit $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$



Wichtiger Unterschied zur Elektrostatik

- In der Elektrostatik haben wir die Feldstärke über die Kraft definiert: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$
- In der Magnetostatik geht das nicht so einfach, da die Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung der Ladung wirkt
- Experimentell lassen sich Feldlinien durch die Ausrichtung kleiner Permanentmagnete (Kompassnadeln) sichtbar machen

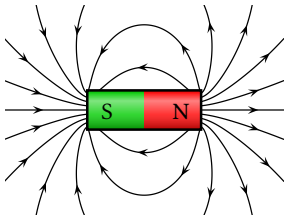
Magnetische Feldlinien



- Magnetische Feldlinien zeigen in die Richtung, in die sich der Nordpol eines kleinen Testmagneten ausrichten würde: $N \rightarrow S$ außerhalb des Magneten
- Magnetische Feldlinien sind **immer geschlossen** (keine magnetischen Monopole!)
- Die Dichte der Feldlinien ist ein Maß für die Stärke des Magnetfeldes

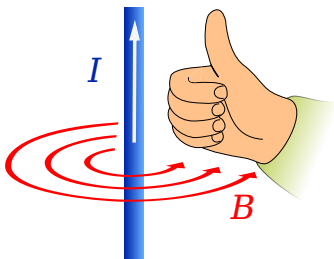
Magnetische Flussdichte $\vec{B}$

Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ zeigt entlang der magnetischen Feldlinien. Ihr Betrag ist proportional zur Dichte der Feldlinien.



Rechte-Faust-Regel

- Ein gerader, stromdurchflossener Leiter erzeugt ein ringförmiges Magnetfeld. Wenn der Daumen der Faust in Stromrichtung zeigt, zeigen die gekrümmten Finger in Feldrichtung
- Alternativ: Eindrehen einer Schraube in Stromrichtung $\rightarrow$ Drehrichtung der Schraube entspricht der Feldlinienrichtung



Magnetische Flussdichte eines stromdurchflossenen Leiters

Im Abstand r von einem geraden, unendlich langen Leiter:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

Einheit: das **Tesla**

$$[\vec{B}] = [\mu_0] \cdot \frac{[I]}{[r]} = \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{\text{A}}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \text{T}$$

Zahlenbeispiel ($\rightarrow$ Tafel): Wie viel Strom braucht man für 1 T in 1 m Abstand?

Größenordnung der magnetischen Flussdichte

Magnet	Magnetische Flussdichte B
Erdmagnetfeld	30 μT – 60 μT
Kühlschrankschrankmagnet	1 mT – 10 mT
Magnetstreifen (Kreditkarte)	10 mT – 100 mT
Lautsprechermagnet	100 mT – 1 T
MRT-Gerät	1 T – 3 T
Large Hadron Collider (LHC)	8 T
Fusionskraftwerk	5–15 T

Kräfte im magnetischen Feld

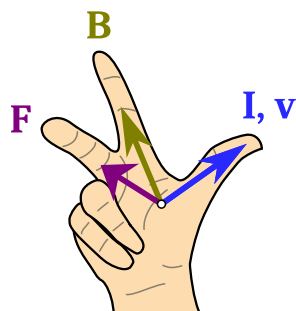
Lorentzkraft auf bewegte Ladung:

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{\ell} \times \vec{B})$$

- Skalar (wenn $\vec{\ell} \perp \vec{B}$): $F = I \cdot \ell \cdot B$
- **Rechte-Hand-Regel:** Daumen = Stromrichtung, Zeigefinger = Feldrichtung, Mittelfinger = Krafrichtung

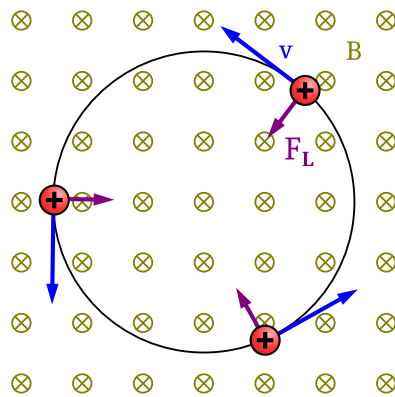


Bewegte Ladung im Magnetfeld

Kreisbewegung:

- Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft: $Q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$
- Bahnradius: $r = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B}$
- Umlauffrequenz: $f = \frac{Q \cdot B}{2\pi m}$ (unabhängig von v !)

Anwendungen: Teilchenbeschleuniger (Zyklotron), Massenspektrometer



Vergleich: Elektrisches und magnetisches Feld

Eigenschaft	Elektrisches Feld	Magnetisches Feld
Feldlinien	Beginnen/enden auf Ladungen	Enden nie
Quellen	Ladungen	Keine (keine Monopole)
Wirbel	Keine (wirbelfrei)	Ströme erzeugen Wirbel
Potential	Darstellbar als Gradient	Nicht darstellbar
Arbeit	Wegunabhängig	Keine (Magnetostatik)

Elektrostatisches Feld = Quellenfeld, wirbelfrei **Magnetostatisches Feld** = quellenfrei, Wirbelfeld

Magnetischer Fluss Φ

Der magnetische Fluss Φ durch eine Fläche A :

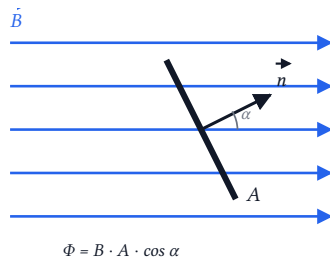
$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Einheit: $[\Phi] = \text{Vs} = \text{Wb}$ (Weber)

Da das magnetische Feld *quellenfrei* ist, gilt für jede geschlossene Fläche:

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

(Vergleiche: Satz von Gauß, $\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{innen}}$)



Magnetische Feldstärke $\vec{H}$

Die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ beschreibt die Fähigkeit eines elektrischen Stroms, ein Magnetfeld zu erzeugen.

Zusammenhang mit der magnetischen Flussdichte (im Vakuum):

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Einheit: $[H] = \frac{A}{m}$

Beispiel: gerader stromdurchflossener Leiter (Abstand r): $H = \frac{I}{2\pi r}$

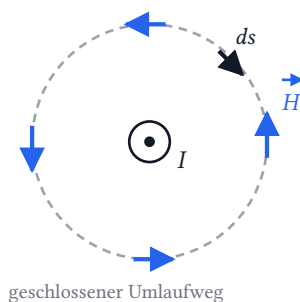
Durchflutungsgesetz (Ampèresches Gesetz)

Die Summe der magnetischen Feldstärke längs eines geschlossenen Weges ist gleich der Gesamtstromdurchflutung:

$$\Theta = N \cdot I = \oint \vec{H}(s) \cdot d\vec{s}$$

Erinnerung: in der Elektrostatik gilt aufgrund der Wegunabhängigkeit des Potentials:

$$\oint \vec{E}(s) \cdot d\vec{s} = 0$$



Vergleich: Gaußsches Gesetz und Ampèresches Gesetz

Elektrostatik	Magnetostatik
Gaußsches Gesetz	Ampèresches Gesetz
$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{innen}}$	$\oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_{\text{umschlossen}}$
Quellenfeld	Wirbelfeld
Wirbelfreiheit: $\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$	Quellenfreiheit: $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Anwendung bei Symmetrie: - Gauß → Kugel-, Zylinder-, Plattensymmetrie für Ladungen -
Ampère → Zylinder-, Ebenen-, Toroidsymmetrie für Ströme

Magnetfeld einer langen Spule

Lange Spule mit N Windungen, Länge ℓ , Strom I . Durchflutungsgesetz:

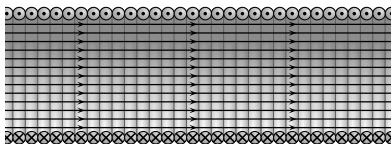
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = N \cdot I$$

Im Inneren der Spule (Luft):

$$H = \frac{N \cdot I}{\ell}, \quad B = \mu_0 H$$

Außerhalb: $B \approx 0$

Mit einem Eisenkern wird B um ein Vielfaches größer – dazu gleich beim Magnetfeld in Materie.



Aufgabe 11: Magnetfelder berechnen

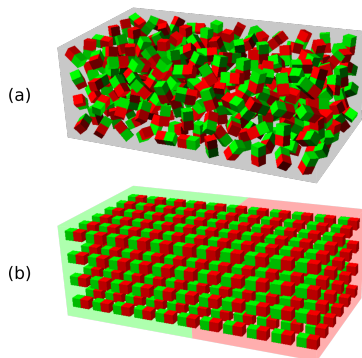
- Eine lange Spule hat $N = 500$ Windungen auf $\ell = 25$ cm und führt $I = 1$ A. Wie groß sind H und B im Inneren (Luft)? Vergleichen Sie mit dem Erdmagnetfeld!
- Bei einer langen Doppelleitung (Hin- und Rückleiter) beträgt der Achsabstand $a = 25$ cm; der Strom ist $I = 100$ A. Berechnen Sie allgemein den Betrag der magnetischen Feldstärke auf der Verbindungslinie zwischen den Leitern und werten Sie ihn in der Mitte aus. (Tipp: Superposition – beide Beiträge addieren sich dort!)

Magnetisches Verhalten von Materie

Ähnlich wie bei Dielektrika im elektrischen Feld reagiert Materie im Magnetfeld durch **Magnetisierung**.

Magnetische Dipole in Atomen:

- Elektronen haben einen intrinsischen **Spin** (magnetischer Dipol)
- Bahnbewegung der Elektronen erzeugt **Bahn magnetismus**
- Jedes Elektron ist ein winziger Permanentmagnet – makroskopische Magnete entstehen durch **Ausrichtung** vieler Spins



Magnetische Suszeptibilität und Permeabilität

Die Magnetisierung $\vec{M}$ ist proportional zur magnetischen Feldstärke $\vec{H}$:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}, \quad \mu_r = 1 + \chi_m$$

Reaktion auf äußeres Feld:

- **Diamagnetismus:** gegen das äußere Feld ($\mu_r < 1$, $\chi_m < 0$)
- **Paramagnetismus:** mit dem äußeren Feld ($\mu_r > 1$, $\chi_m > 0$)
- **Ferromagnetismus:** starke Ausrichtung ($\mu_r \gg 1$)

Magnetische Eigenschaften der Elemente

Magnetic properties of elements

1

H

3

Li

4

Be

11

Na

12

Mg

19

K

20

Ca

37

Rb

38

Sr

55

Cs

56

Ba

87

Fr

88

Ra

21

Sc

22

Ti

23

V

24

Cr

25

Mn

26

Fe

27

Co

28

Ni

29

Cu

30

Zn

39

Y

40

Zr

41

Nb

42

Mo

43

Tc

44

Ru

45

Rh

46

Pd

47

Ag

48

Cd

49

In

50

Sn

51

Sb

52

Te

53

I

72

Hf

73

Ta

74

W

75

Re

76

Os

77

Ir

78

Pt

79

Au

80

Hg

104

Rf

105

Ha

106

Sg

107

Bh

108

Hs

109

Mt

110

Ds

111

Rg

112

Cn

113

Nh

114

Fl

115

Mc

116

Lv

117

Ts

118

Og

57

La

58

Ce

59

Pr

60

Nd

61

Pm

62

Sm

63

Eu

64

Gd

65

Tb

66

Dy

67

Ho

68

Er

69

Tm

70

Yb

71

Lu

89

Ac

90

Th

91

Pa

92

U

93

Np

94

Pu

95

Am

96

Cm

97

Bk

98

Cf

99

Es

100

Fm

101

Md

102

No

103

Lr

2

He

10

Ne

18

Ar

36

Kr

54

Xe

86

Rn

5

B

6

C

7

N

8

O

9

F

13

Al

14

Si

15

P

16

S

17

Cl

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

H

2

He

1

(S. Zurek, Encyclopedia

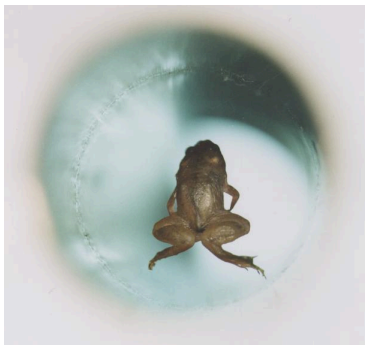
Magnetica, CC-BY-SA 4.0)

Diamagnetismus

- Tritt in **allen** Materialien auf; $\chi_m < 0$ (sehr klein), μ_r knapp unter 1
- Mechanismus: externes Feld induziert Änderung der Elektronenbahnen → magnetisches Moment **entgegen** dem äußeren Feld
- Effekt verschwindet mit dem Feld

Beispiele: Kupfer, Silber, Gold, Wasser, organische Materialien

Kuriosum: Diamagnete können in starken Feldern schweben →



Paramagnetismus

- Atome besitzen **permanente magnetische Dipole**; $\chi_m > 0$ (klein), μ_r knapp über 1
- Ohne Feld: zufällige Ausrichtung (thermische Bewegung); mit Feld: partielle Ausrichtung **parallel**
- Paramagnete werden schwach von Magneten angezogen; stärker bei tiefen Temperaturen

Beispiele: Aluminium, Platin, Sauerstoff

⚠ Merken für die Praxis: Aluminium ist *nicht* ferromagnetisch – ein Elektromagnet hebt keine Alu-Platten!

Ferromagnetismus

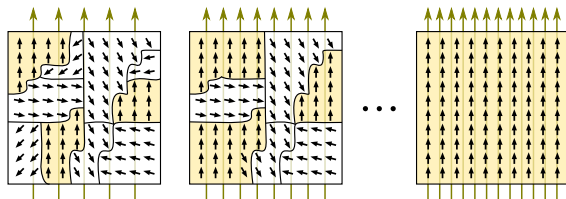
- Sehr starke Magnetisierung: $\mu_r \gg 1$ (bis zu 10^5 !)
- **Spontane Magnetisierung** auch ohne externes Feld möglich
- Mechanismus: starke Wechselwirkung benachbarter Atome (**Austauschwechselwirkung**) → Bildung von **Weiss'schen Bezirken** (Domänen), die ein externes Feld ausrichtet

Beispiele: Eisen, Kobalt, Nickel

Weiss'sche Bezirke

- Bereiche mit **gleich orientierten magnetischen Dipolen**
- Spontane Magnetisierung innerhalb der Bezirke

Ohne äußeres Feld: Bezirke zufällig orientiert → keine Gesamtmagnetisierung **Mit äußerem Feld:** Bezirke richten sich aus; bei Sättigung einheitlich

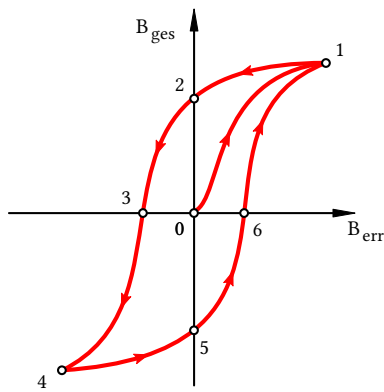


Ferromagnetismus: Hysterese

Kenngrößen:

- **Sättigungsmagnetisierung** (1): maximale Magnetisierung
- **Remanenz** (2): verbleibende Flussdichte bei verschwindendem äußeren Feld
- **Koerzitivfeldstärke** (3): Feldstärke zum Entmagnetisieren

Die Magnetisierung hängt von der *Vorgeschichte* ab – $B(H)$ ist keine eindeutige Funktion!



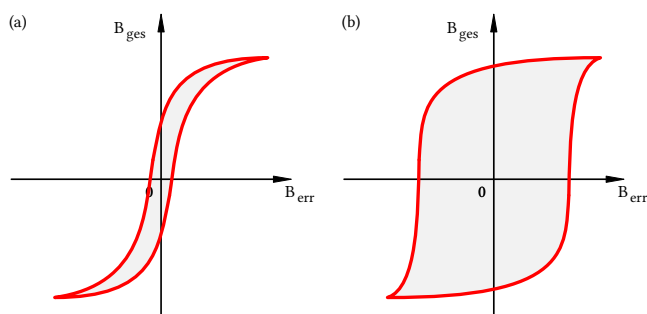
Harte/weiche Magnete

- **Weichmagnetische Materialien:**

- Schmale Hysteresekurve: leicht magnetisier- und entmagnetisierbar
- Anwendung: Transformatoren, Elektromagnete

- **Hartmagnetische Materialien:**

- Breite Hysteresekurve: behalten ihre Magnetisierung
- Anwendung: Permanentmagnete, Motoren, Lautsprecher



Magnetisches Feld und Magnetisierung

Magnetisierung $\vec{M}$: magnetisches Dipolmoment pro Volumeneinheit

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\mu_r\vec{H}$$

Konvention: $\vec{H}$ beschreibt das durch **freie Ströme** erzeugte Feld – ohne Beiträge der Magnetisierung (vgl. $\vec{D}$ und freie Ladungen in der Elektrostatik!).

Vorteil: Das Durchflutungsgesetz gilt unverändert:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_{\text{frei}}$$

Übersicht: Größen in der Magnetostatik

Größe	Definition	Einheit
Magnetische Flussdichte (<i>magnetic flux density</i>)	$\vec{B}$	$[\vec{B}] = \text{T} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$
Magnetische Feldstärke (<i>magnetic field [strength]</i>)	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$	$[\vec{H}] = \frac{\text{A}}{\text{m}}$
Magnetischer Fluss (<i>magnetic flux</i>)	$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$	$[\Phi] = \text{Vs} = \text{Wb}$
Durchflutung (<i>magnetomotive force</i>)	$\Theta = N \cdot I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$	$[\Theta] = \text{A}$
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$[\mu_0] = \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Relative Permeabilität	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$	dimensionslos



Aufgabe 12: Materie im Magnetfeld

- Ein Elektromagnet soll in einer Recyclinganlage Metallteile sortieren. Kann er Aluminiumplatten anheben? Stahlplatten? (Mit Begründung!)
- Lesen Sie aus der Hysteresekurve (vorige Folie) ab: Welche Größe muss ein Material für einen guten *Permanentmagneten* besitzen – und welche für einen guten *Transformator*kern? (Mit Begründung!)
- Ein Eisenkern wurde aufmagnetisiert und der Spulenstrom danach abgeschaltet. Warum ist B im Kern nicht null?

Zwischenstand – und nächste Woche: Übungsklausur!

Heute: Magnetfeld (B , H , Φ , Θ), Kräfte ($F = QvB$, $F = I\ell B$), Durchflutungsgesetz, Materie (dia/para/ferro, Hysterese)

Nächste Woche: Übungsklausur unter Klausurbedingungen

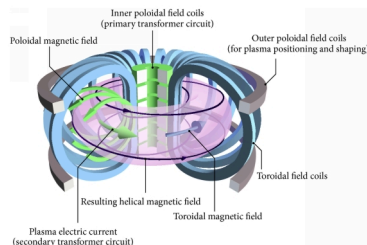
- Stoff: Kapitel 1–3 (Einheiten, E-Feld, Gleichstrom)
- 60 Minuten, keine Hilfsmittel – wie in der echten Prüfung
- Mit „Ersatzwerten“ wie im Original: wenn Sie eine Teilaufgabe nicht lösen, rechnen Sie mit dem Ersatzwert weiter!
- Danach: ausführliche Besprechung

In zwei Wochen: der magnetische Kreis – Magnetfelder berechnen wie Stromkreise.

Vertiefung

Für alle, die es genauer wissen wollen

Vertiefung: Magnetfeld in einem Tokamak



Vertiefung: Magnetfeld in einem Tokamak

Ringförmiges Fusionsreaktor-Design mit toroidalem Magnetfeld zum Plasmaeinschluss.

Toroidale Feldspulen (TF): N Spulen, M Windungen, Strom I ; Ampèresches Gesetz auf kreisförmigem Weg (Radius r):

$$H \cdot 2\pi r = NMI \quad \Rightarrow \quad H(r) = \frac{NMI}{2\pi r}$$

Feld nimmt mit $1/r$ ab (inhomogen); typisch $B \approx 5 - 15$ T

Beispiel ITER: 18 TF-Spulen, 134 Windungen, 68 kA $\rightarrow B = 5,3$ T bei 6,2 m Radius